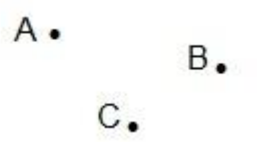
1) Геометрия – это наука о свойствах геометрических фигур (гео – «земля», метрео – «мерить»).

2) Планиметрия – это раздел геометрии о свойствах плоских фигур.

3) Стереометрия – это раздел геометрии о свойствах пространственных фигур.

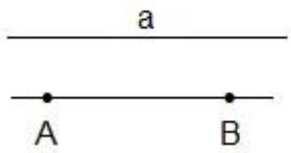
4) Определение – это описание смысла нового понятия через ранее известные понятия.

5) Понятия, принимаемые без определения, называются **основными понятиями**.
Основные неопределяемые понятия геометрии: **точка**, **прямая**, **плоскость**.

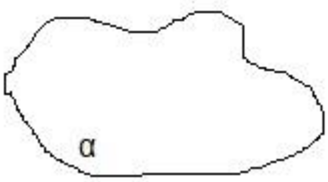


6) Точки обозначают заглавными латинскими буквами: A, B, C, ….

7) Прямую обозначают одной строчной латинской буквой или двумя заглавными латинскими буквами, отмеченными на этой прямой. *Прямая **a**, прямая AB.*



8) Прямую можно продолжать бесконечно в обе стороны, а на рисунках показывают лишь её часть.



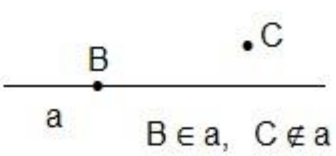
9) Плоскость можно представить как поверхность стола, стены, как лист бумаги и т.д. Однако они являются лишь частью плоскости. В действительности плоскость можно продолжать бесконечно во все стороны. Плоскость обозначают греческими буквами: α, β, γ, ….

10) Так как в курсе планиметрии (planum – «плоскость») все фигуры рассматриваются на плоскости, то нет необходимости изображать на каждом чертеже плоскость – считается, что она уже дана.

11) Аксиома – это утверждение, не требующее доказательства.

12) Теорема – это утверждение, которое необходимо доказать. Формулировка теоремы обычно состоит из двух частей: *условия* и *заключения*. В *условии* теоремы говорится о том, что дано. В *заключение* теоремы говорится о том, что должно быть доказано.

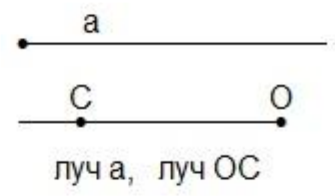
Аксиомы принадлежности (13а, 13б).



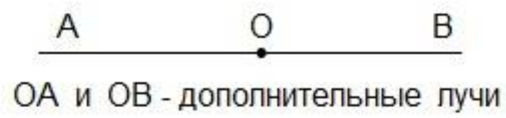
13а) Какова бы ни была прямая, есть точки, принадлежащие этой прямой и не принадлежащие ей.

13б) Через любые две точки можно провести прямую, и только одну.

14) Полупрямой (лучом) называется часть прямой, которая состоит из всех точек этой прямой, которые лежат по одну сторону от данной её точки, называемой начальной точкой полупрямой (луча).



15) Полупрямые (лучи), так же как и прямые, обозначаются строчными латинскими буквами или двумя заглавными латинскими буквами: начальной точкой и еще какой-нибудь точкой, принадлежащей полупрямой (лучу). При этом начальная точка ставится на первом месте.



16) Различные полупрямые одной и той же прямой, имеющие общую начальную точку, называются дополнительными полупрямыми (лучами).

Аксиомы порядка (17а, 17б).

17а) Из трёх точек на прямой одна и только одна лежит между двумя другими.

17б) Точка, лежащая на прямой, делит эту прямую на две полупрямые (на два луча).

18) Прямая разбивает плоскость на две полуплоскости.

19) Отрезок – это часть прямой, которая состоит из всех точек этой прямой, лежащих между двумя данными её точками, называемыми концами отрезка.

20) Фигуры называются равными, если при наложении их друг на друга соответствующие точки фигур совпадут.

21) Два отрезка называются равными, если при наложении друг на друга их концы совпадут.

22) Для того чтобы найти длину данного отрезка, надо найти число, определяющее, сколько единичных отрезков содержится в данном отрезке.

Аксиомы измерения отрезков (23а, 23б).

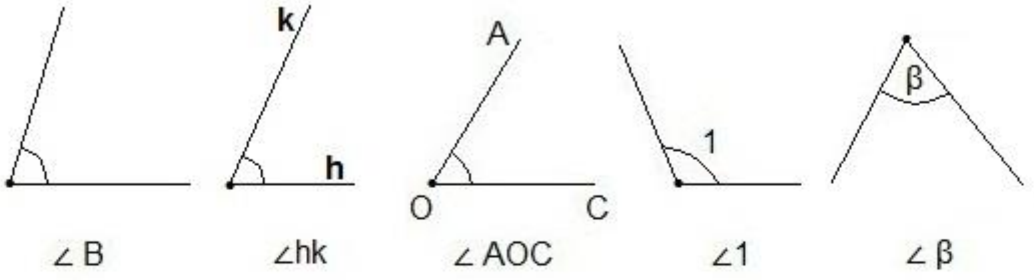
23а) Каждый отрезок имеет определённую длину, большую нуля.

23б) Если точка, принадлежащая отрезку, лежит между его концами, то длина данного отрезка равна сумме длин образовавшихся отрезков.

24) Углом называют часть плоскости, ограниченную двумя лучами, исходящими из одной точки. Лучи называют сторонами угла, а общее начало лучей – вершиной угла.

25) Угол можно обозначить:

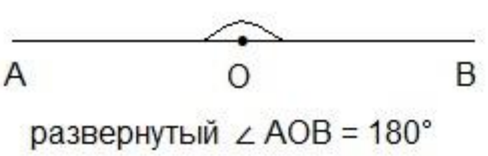
- одной буквой, являющейся его вершиной;
- двумя маленькими латинскими буквами;
- тремя буквами, при этом буква, обозначающая вершину, записывается между двумя другими буквами;
- цифрой;
- греческой буквой.



26) Два угла называются равными, если при наложении друг на друга их вершины и соответствующие стороны совпадут.

27) Для измерения градусной меры углов используется транспортир.

28) Если градусные меры двух углов равны, то эти углы будут равны.



29) Развернутым углом называют угол, стороны которого являются дополнительными лучами. Градусная мера развернутого угла равна 180°.

30) Прямым углом называют половину развернутого угла. Градусная мера прямого угла равна 90°.

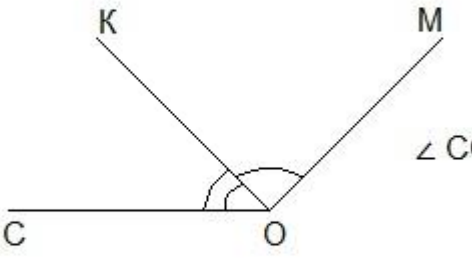
31) Острым углом называют угол, меньший прямого угла.

32) Тупым углом называют угол, больший прямого угла, но меньший развернутого угла.

Аксиомы измерения углов (33а, 33б).

33а) Каждый угол имеет определённую градусную меру, большую нуля.

33б) Градусная мера угла равна сумме градусных мер углов, на которые он разбивается любым лучом, проходящим между его сторонами.



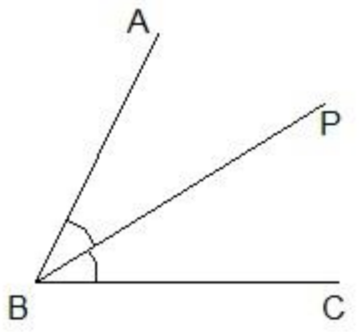
$\angle COM = \angle COK + \angle KOM$

<u>Аксиомы откладывания отрезков и углов (34а, 34б)</u>.

34а) На любой полупрямой от её начальной точки можно отложить отрезок заданной длины, и только один.

34б) От любой полупрямой в заданную полуплоскость можно отложить угол с заданной градусной мерой, меньшей 180°, и только один.

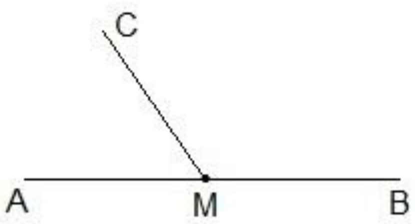
35) Биссектрисой угла называется луч, исходящий из вершины угла и делящий его пополам.



BP - биссектриса угла ABC

$\angle ABP = \angle PBC$

36) Смежными углами называют углы, у которых одна сторона общая, а две другие являются дополнительными лучами.

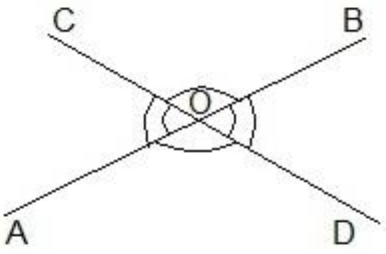


$\angle AMC$ и $\angle BMC$ - смежные;

$\angle AMC + \angle BMC = 180°$

37) <u>Теорема о смежных углах</u>. Сумма смежных углов равна 180°.

38) Два угла называют вертикальными, если стороны одного угла являются дополнительными лучами сторон другого угла.

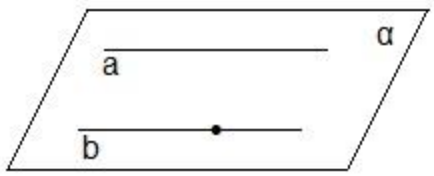


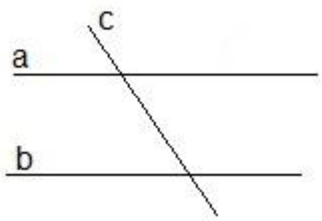
$\angle BOC$ и $\angle AOD$ - вертикальные; $\angle BOC = \angle AOD$.

$\angle AOC$ и $\angle BOD$ - вертикальные; $\angle AOC = \angle BOD$.

39) <u>Теорема о вертикальных углах</u>. Вертикальные углы равны.

40) Две прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются. Запись a || b читается «прямая **a** параллельна прямой **b**».



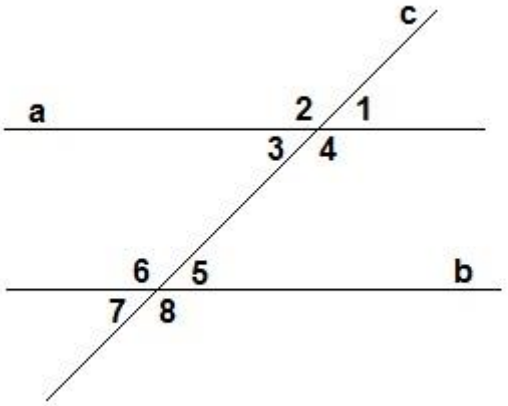


41) <u>Аксиома параллельности</u>.

Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести на плоскости не более одной прямой, параллельной данной.

42) Если какая-либо прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и вторую.

43) При пересечении прямых **a** и **b** прямой **c** (**c** – секущая) образуется 8 углов, которые рассматривают парами:



$\angle 4$ и $\angle 6$, $\angle 3$ и $\angle 5$ - внутренние накрест лежащие;

$\angle 1$ и $\angle 7$, $\angle 2$ и $\angle 8$ - внешние накрест лежащие;

$\angle 1$ и $\angle 5$, $\angle 2$ и $\angle 6$; $\angle 4$ и $\angle 8$, $\angle 3$ и $\angle 7$ - соответственные;

$\angle 4$ и $\angle 5$, $\angle 3$ и $\angle 6$ - внутренние односторонние;

$\angle 1$ и $\angle 8$, $\angle 2$ и $\angle 7$ - внешние односторонние.

<u>Признаки параллельности прямых (44-47)</u>.

44) Если какая-либо прямая параллельна одной из двух параллельных прямых, то все три прямые взаимно параллельны.

45) Если внутренние накрест лежащие углы, образованные двумя прямыми и секущей, равны, то эти две прямые параллельны.

46) Если при пересечении двух прямых третьей сумма внутренних односторонних углов равна 180°, то данные две прямые параллельны.

47) Если при пересечении двух прямых третьей соответственные углы равны, то данные две прямые параллельны.

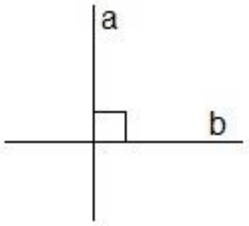
<u>Свойства параллельных прямых (48-50а)</u>.

48) Если две параллельные прямые пересечены третьей, то внутренние накрест лежащие углы равны.

49) Если две параллельные прямые пересечены третьей, то сумма внутренних односторонних углов равна 180°.

50) Если две параллельные прямые пересечены третьей, то соответственные углы равны.

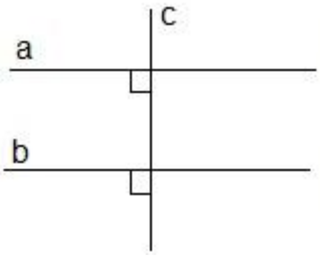
50а) *Следствие*. Два угла, образованные соответственно параллельными сторонами, равны.



51) Перпендикулярными прямыми называют две прямые, пересекающиеся под прямым углом. Записывают: a ⊥ b. Читают: «прямая **a** перпендикулярна прямой **b**».

52) Отрезки и лучи, лежащие на перпендикулярных прямых, также будут перпендикулярны.

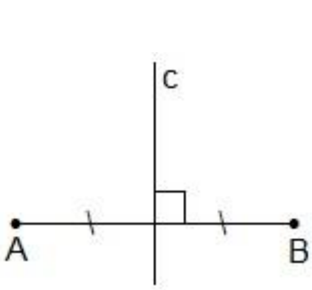
53) Две прямые, перпендикулярные к одной и той же прямой, будут параллельны между собой.



Если a ⊥ c и b ⊥ c, то a || b.

Если a || b, c ⊥ a, то c ⊥ b.

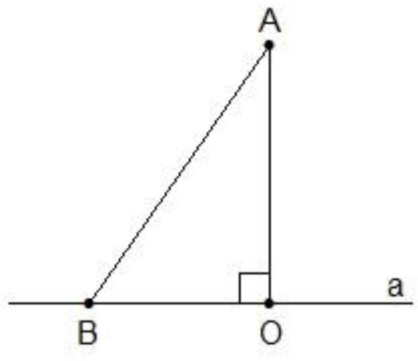
54) Если прямая перпендикулярна к одной из параллельных прямых, то она перпендикулярна и ко второй прямой.



55) Через любую точку прямой можно провести лишь одну прямую, перпендикулярную к данной.

56) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную к данной, причем только одну.

57) Серединным перпендикуляром к отрезку называют прямую, перпендикулярную к данному отрезку и проходящую через середину этого отрезка. Прямая **с** – серединный перпендикуляр к отрезку АВ.

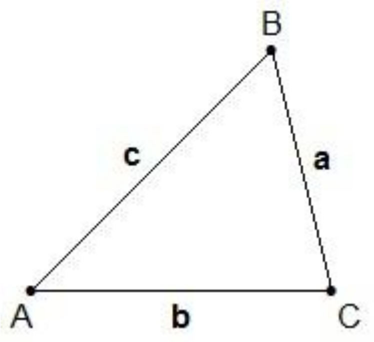


58) Наклонная и её проекция. Отрезок АО – перпендикуляр к прямой **а**, отрезок АВ – наклонная к прямой **а**. Точка О называется основанием перпендикуляра, точка В называется основанием наклонной. Отрезок ОВ (*расстояние между основаниями перпендикуляра и наклонной*) – проекция наклонной АВ на прямую **а**. Длина отрезка АО называется расстоянием от точки А до прямой **а**.

59) Перпендикуляр, опущенный из точки к данной прямой, меньше наклонной, проведенной из этой же точки.

60) Расстояние между двумя параллельными прямыми равно длине перпендикуляра, опущенного из любой точки одной прямой на другую.

61) Треугольником называется фигура, которая состоит из трёх точек, не лежащих на одной прямой, и трёх отрезков, соединяющих эти точки, а также части плоскости, ограниченной этими отрезками.

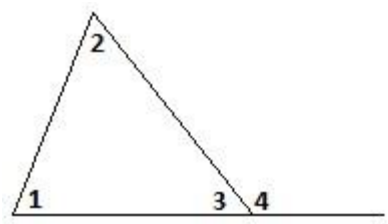


61а) Пишут: ∆ АВС. Читают: «треугольник АВС». Углы треугольника при его вершинах обозначают ∠А (или ∠В**А**С), ∠В (или ∠А**В**С), ∠С (или ∠А**С**В) и называют внутренними углами треугольника. Стороны треугольника, лежащие против вершин А, В и С, соответственно обозначаются буквами **а**, **b** и **с**, т.е. ВС = а, АС = b, АВ = с.

62) Периметром треугольника называется сумма всех его сторон. Р = а+b+с, где **Р** – периметр, **а**, **b** и **с** – стороны треугольника.

63) В любом треугольнике против большей стороны лежит больший угол.

64) В любом треугольнике против большего угла лежит большая сторона.



65) Любая сторона треугольника меньше суммы двух других его сторон.

66) Любая сторона треугольника больше разности двух других сторон.

67) Разносторонним треугольником называют треугольник, у которого стороны имеют разные длины.

68) Сумма внутренних углов любого треугольника составляет 180°, т. е. ∠1+∠2+∠3=180°.

69) Внешним углом треугольника называют угол, смежный с его внутренним углом. Внешний угол треугольника (∠4) равен сумме двух внутренних, не смежных с ним, т. е. ∠4=∠1+∠2.

70) Внешний угол треугольника больше любого из внутренних углов, не смежных с ним.

71) Равносторонним называют треугольник, имеющий равные стороны.

72) Равнобедренным треугольником называют треугольник, у которого длины двух сторон равны. Эти равные стороны называют *боковыми сторонами*, а третью сторону называют *основанием* равнобедренного треугольника.

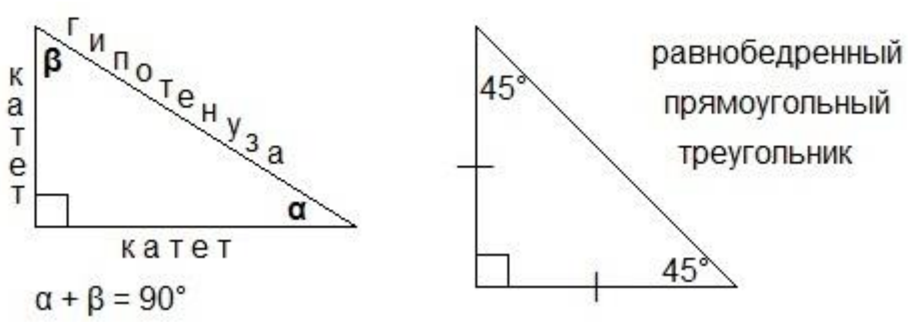
73) Остроугольным называют треугольник, у которого все углы острые.

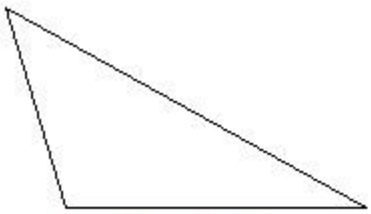
74) Прямоугольным называют треугольник, у которого один угол прямой (равен 90°). Стороны прямоугольного треугольника имеют особые названия: катеты (*стороны, образующие прямой угол*), и гипотенуза (*сторона, лежащая против прямого угла*).

75) Каждый катет прямоугольного треугольника меньше его гипотенузы.

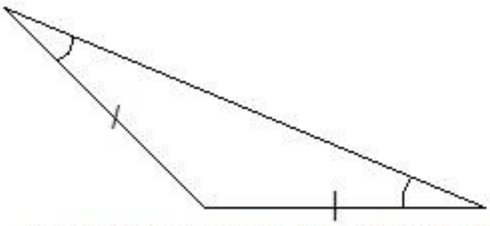
76) У треугольника не может быть больше одного прямого угла.

77) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°.





тупоугольный треугольник

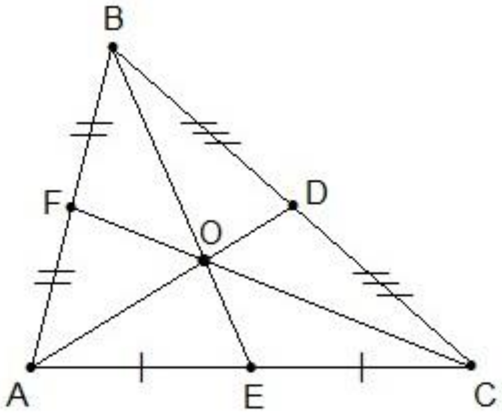


равнобедренный тупоугольный треугольник

78) Тупоугольным называют треугольник, у которого один угол тупой.

79) У треугольника не может быть больше одного тупого угла.

80) Если два угла одного треугольника равны соответствующим двум углам другого треугольника, то равны и их третьи углы.

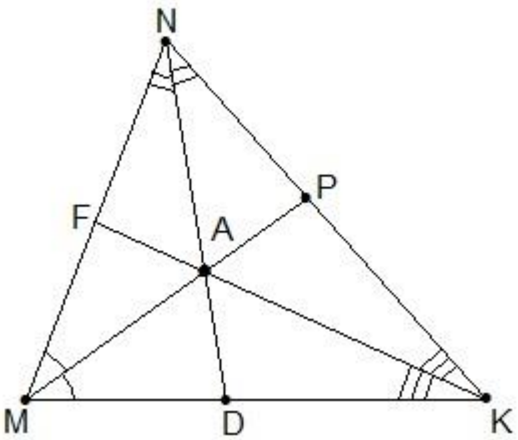


81) Медианой треугольника называют отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

82) Все три медианы любого треугольника пересекаются в одной точке, лежащей внутри треугольника. *В треугольнике ABC медианы AD, BE и CF пересекаются в точке O.*

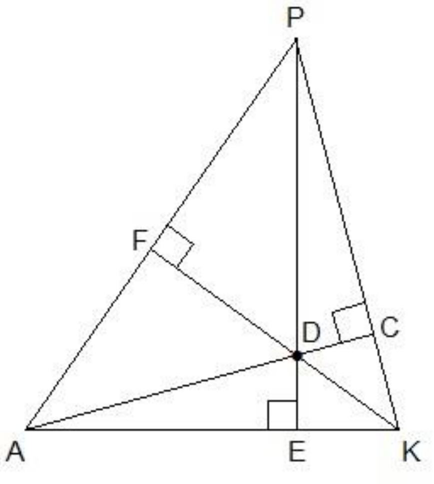
83) Биссектрисой треугольника называют отрезок биссектрисы угла, соединяющий вершину с точкой на противолежащей стороне.

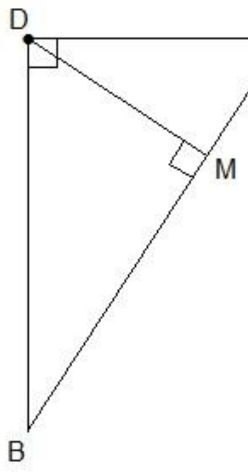
84) Все три биссектрисы любого треугольника пересекаются в одной точке, лежащей внутри треугольника. *В треугольнике MNK биссектрисы MP, ND и KF пересекаются в точке A.*

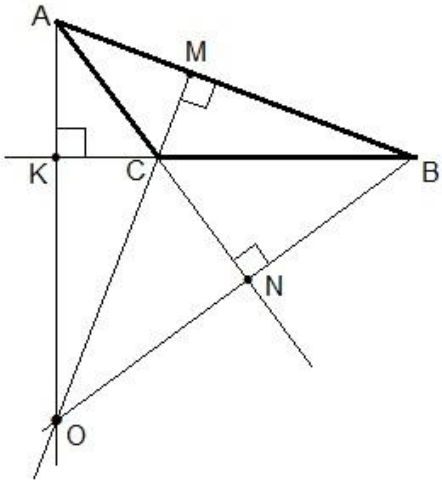


85) Высотой треугольника называется отрезок перпендикуляра, проведенного из данной вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону треугольника.

86) Все три высоты треугольника пересекаются в одной точке. *Эта точка лежит внутри треугольника, если этот треугольник – остроугольный; является вершиной прямого угла в случае прямоугольного треугольника и находится вне треугольника, если этот треугольник является тупоугольным.*



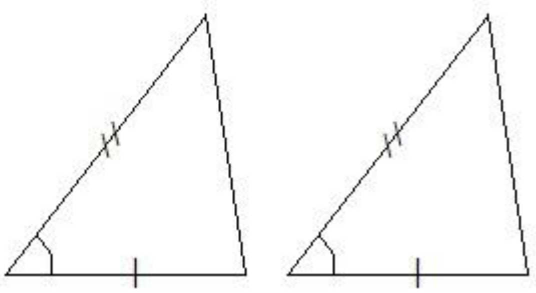




87) Равными треугольниками называются треугольники, у которых все соответственные стороны равны и все соответственные углы равны.

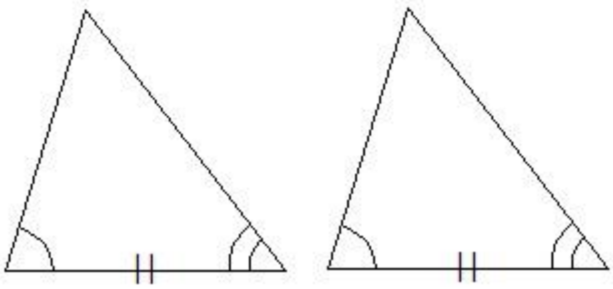
88) 1-й признак равенства треугольников.

Если две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответствующим двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.



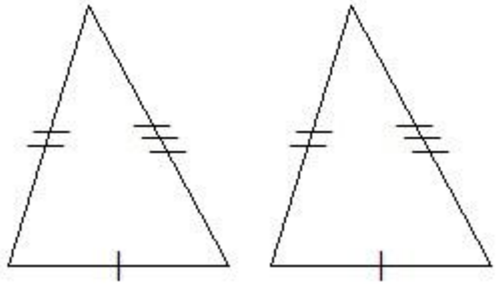
89) 2-й признак равенства треугольников.

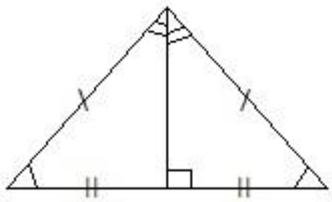
Если одна сторона и прилежащие к ней два угла одного треугольника равны соответствующей стороне и прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



90) 3-й признак равенства треугольников.

Если три стороны одного треугольника равны трём соответственным сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.





Свойства равнобедренного треугольника.

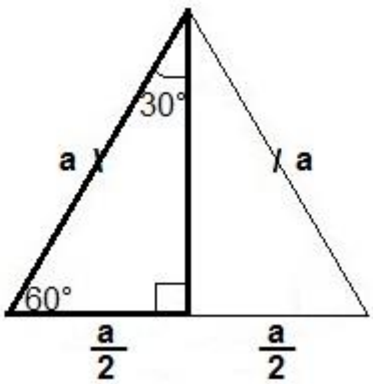
91) Теорема. Углы при основании равнобедренного треугольника равны.

92) Теорема (обратная). Если два угла треугольника равны, то он является равнобедренным треугольником

93) В равнобедренном треугольнике высота, проведенная к основанию, является медианой и биссектрисой.

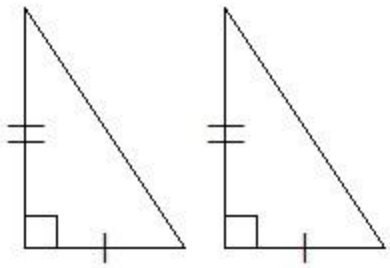
94) В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является высотой и биссектрисой.

95) В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является высотой и медианой.

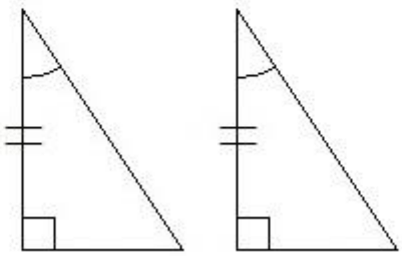


96) В прямоугольном треугольнике катет, лежащий против угла 30°, равен половине гипотенузы.

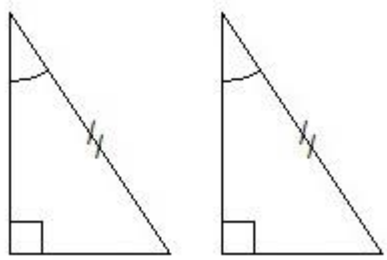
Признаки равенства прямоугольных треугольников.



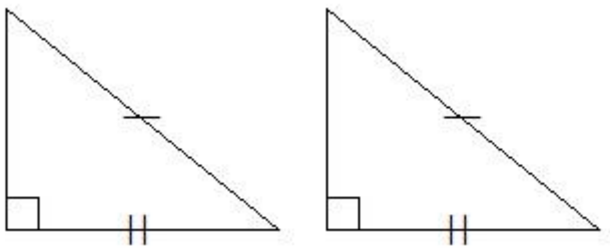
97) Если катеты одного прямоугольного треугольника соответственно равны катетам другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.



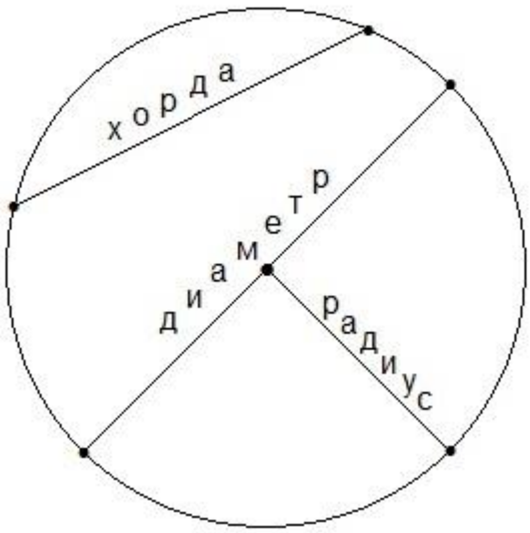
98) Если один катет и прилежащий к нему угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны одному катету и прилежащему к нему углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.



99) Если гипотенуза и один острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и одному острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.



100) Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.

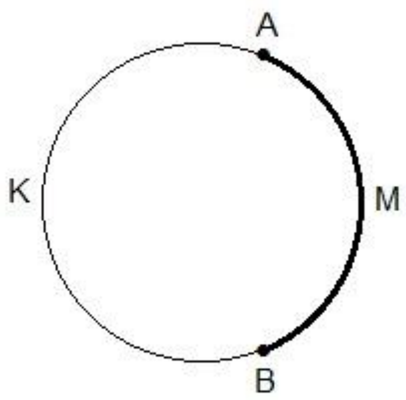


101) Окружностью называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, равноудаленных от данной точки. Эта точка называется центром окружности.

102) Радиусом окружности (обозначают R или r) называется отрезок, соединяющий точку окружности с её центром.

103) Хордой окружности называется отрезок, соединяющий две любые точки окружности.

104) Диаметром окружности (обозначают D или d) называется хорда, проходящая через центр окружности. (*D=2R или d=2r*).



105) Дугой называют часть окружности, ограниченной двумя точками этой окружности.

Дугу обозначают двумя точками – началом и концом дуги. Пишут: «◡AB», читают: «дуга AB». На рисунке есть меньшая дуга AB (она выделена) и большая дуга AB. Чтобы было понятно, о какой дуге идет речь, дугу обозначают тремя буквами: дуга AMB и дуга AKB (◡AMB и ◡AKB).